

## ГЛАВА 5

### АВТОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ

Если к металлическому катоду приложить внешнее вытягивающее электроны электрическое поле, то потенциальный барьер на границе раздела металл–вакуум принимает треугольную форму (рис. 5.1а, пунктирная линия). При этом силы электростатического изображения "закругляют" вершину треугольника, в результате чего происходит уменьшение высоты барьера. Это хорошо известный эффект Шоттки (подробнее см. главу 1), который начинает заметно проявляться, когда напряженность поля вблизи поверхности катода достигает нескольких сотен В/см.

При дальнейшем увеличении напряженности поля высота и ширина потенциального барьера уменьшаются (рис. 5.1б) до такой величины, что проявляется и становится преобладающим новый физический эффект: квантово-механическое туннелирование электрона сквозь потенциальный барьер (глава 1). Появляется эмиссия электронов в вакуум под действием сильного внешнего электрического поля — автоэлектронная эмиссия (АЭЭ).

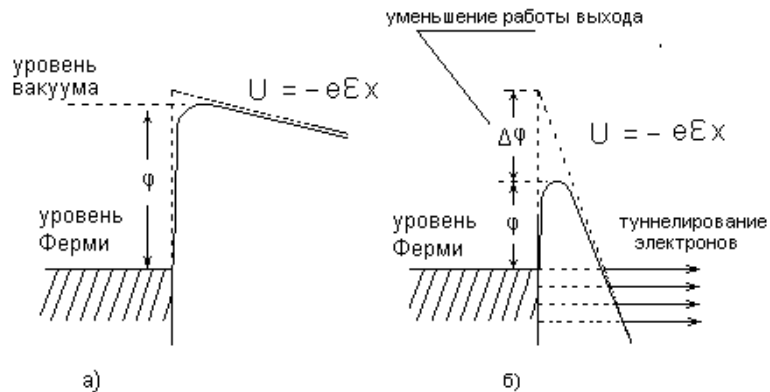


Рис. 5.1

- а) энергетическая диаграмма электрона на границе раздела металл–вакуум в условиях наблюдения эффекта Шоттки (слабое электрическое поле);  
 б) энергетическая диаграмма электрона на границе раздела металл–вакуум в сильном электрическом поле

Плотность тока автоэлектронной эмиссии определяется главным образом *прозрачностью* потенциального барьера, которая представляет собой вероятность туннелирования электрона, налетающего на барьер (см. главу 1). Формула (1.16) определяет прозрачность прямоугольного потенциального барьера шириной  $d$ . Для барьеров более сложной формы, в том числе треугольной или треугольной с закруглением, точное (шредингеровское) решение не выражается через элементарные функции. В этом случае обычно применяют квазиклассическую (приближенную) формулу для прозрачности барьера произвольной формы:

$$D \approx \exp\left(-4\pi \frac{\sqrt{2m}}{h} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{U(x) - E} dx\right), \quad (5.1)$$

где  $m$  — масса электрона,  $h$  — постоянная Планка,  $U(x)$  — форма потенциального барьера,  $x_1$  и  $x_2$  — решения уравнения  $E = U(x)$ .

Применение (5.1) к барьеру треугольной формы (без закругления) дает для электрона на уровне Ферми

$$D = \exp\left[-\frac{8\pi\sqrt{2m}\varphi^{3/2}}{3he\varepsilon}\right] = \exp\left[-0,683 \frac{\varphi^{3/2}}{\varepsilon}\right]. \quad (5.2)$$

Здесь и далее для количественных оценок работа выхода  $\varphi$  выражается в эВ, а напряженность электрического поля  $\varepsilon$  вблизи поверхности катода в В/Е.

В 1928—29 гг. Р. Фаулер и Л. Нордгейм вывели формулу для зависимости плотности тока автоэлектронной эмиссии  $j$  от работы выхода катода  $\varphi$  и напряженности электрического поля  $\varepsilon$  вблизи эмитирующей поверхности — основной закон АЭЭ, уравнение Фаулера–Нордгейма:

$$j = \frac{e^3}{8\pi h} \frac{\varepsilon^2}{\varphi t^2(\varepsilon, \varphi)} \exp\left[-\frac{8\pi\sqrt{2m}\varphi^{3/2}}{3he\varepsilon} \theta(\varepsilon, \varphi)\right], \quad (5.3)$$

где  $\theta(\varepsilon, \varphi)$  и  $t(\varepsilon, \varphi)$  — получившиеся при расчете специальные функции, которые учитывают влияние на величину тока АЭЭ степени понижения треугольного потенциального барьера за счет сил зеркального изображения. Обе эти функции могут быть представлены как функции всего одного параметра

$$y = \frac{e\sqrt{\varepsilon\varphi}}{\varphi} = \frac{3,8\sqrt{\varepsilon}}{\varphi}, \quad (5.4)$$

который имеет простой физический смысл, а именно,  $y$  есть отношение понижения барьера  $\Delta\varphi$  к работе выхода  $\varphi$ . Легко видеть, что при  $y = 1$  происходит полное снятие барьера для электронов, находящихся на уровне Ферми.

Для практических целей, без заметных погрешностей, значение функции  $t(y)$  можно принять равным единице. Значения  $\theta(y)$  (функция Нордгейма) обычно лежат в диапазоне 0,74–0,9. При  $y = 1$  функция  $\theta(y)$  обращается в ноль. Для решения большинства предлагаемых задач значение  $\theta(y)$  выбирает-

ся равным единице. Более точная аппроксимация — многочлен второй степени:

$$\theta(y) = 0,95 - 1,03 y^2, \text{ если } y < 1. \quad (5.5)$$

Подставляя в уравнение (5.3) значения физических констант, получим уравнение Фаулера–Нордгейма в численном виде:

$$\lg j = 10,188 - 0,297 \frac{\varphi^{3/2}}{\varepsilon} \theta(y) + \lg \left( \frac{\varepsilon^2}{\varphi t^2(y)} \right) \quad (5.6)$$

где  $j$  — плотность тока, А/см<sup>2</sup>;  $\varepsilon$  — напряженность электрического поля у поверхности катода, В/Е;  $\varphi$  — работа выхода электронов из автокатода, эВ.

Количественные оценки (см. ниже задачи 5.1 – 5.15) показывают, что для экспериментального наблюдения автоэлектронной эмиссии из металлов необходимо создать вблизи поверхности автокатода сильное электрическое поле напряженностью не менее 10<sup>7</sup> В/см. Получить однородное электрическое поле с таким гигантским значением напряженности в плоскопараллельной системе анод–катод технически невозможно, поэтому для изучения и применения в технике автоэлектронной эмиссии используют автоэмиссионные катоды с неоднородным полем (рис. 5.2).

В приведенные выше формулы (5.3) – (5.6) входит напряженность электрического поля, которая непосредственно не измеряется. Напряженность поля  $\varepsilon$  пропорциональна приложенному напряжению  $V$ :

$$\varepsilon = \beta V. \quad (5.7)$$

Коэффициент пропорциональности  $\beta$  в выражении (5.7) называется формфактором. Он является решением соответствующей электростатической задачи и зависит только от формы и размеров системы анод–катод. Для рассматриваемых систем электродов (рис. 5.2) значения формфактора равны:

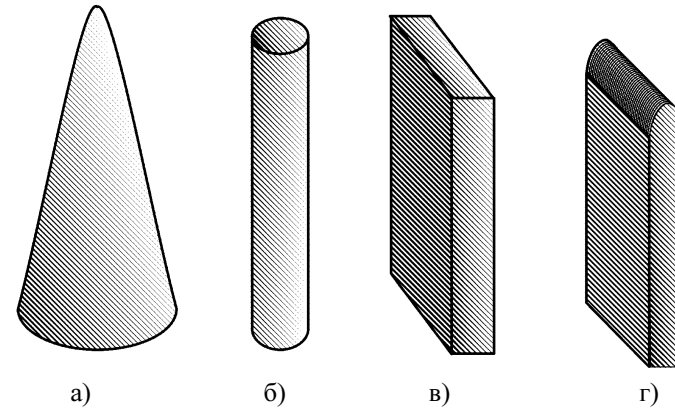


Рис. 5.2. Автоэмиссионные катоды.

Характерные значения радиусов закругления вершин (для пленки — ее толщина) менее 1 мкм:

- а) острый — вершина острия аппроксимируется полусферой, лучшее приближение — параболоид вращения;
- б) коаксиальный (приближенно цилиндрически-симметричный);
- в) лезвийный (поперечное сечение у торца — приближенно парабола);
- г) пленочный (эмиссия идет с торца пленки)

$\beta = \frac{R}{r(R-r)}$	для сферически-симметричной системы электродов;
$\beta = \frac{1}{r \ln(R/r)}$	для системы коаксиальных цилиндров;
$\beta = \frac{2}{r \ln(2R/r)}$	для острейного автоэмиттера в форме параболоида вращения;
$\beta = \frac{1}{\sqrt{2Rr}}$	для протяженного лезвийного автоэмиттера с поперечным сечением в форме параболы;
$\beta = \frac{2}{\sqrt{\pi RH}}$	для пленки с эмитирующим торцом постоянной толщины $H$ .

В приведенных выше формулах  $R$  — расстояние между вершиной (эмитирующей частью) автоэммиттера и анодом,  $r$  — радиус закругления вершины автоэммиттера.

В эксперименте измеряют не плотность тока автоэмиссии  $j$ , которая, так же, как и площадь эмитирующей поверхности катода  $S$ , не поддается непосредственному измерению, а силу тока

$$I = j S. \quad (5.8)$$

Подставляя (5.7) и (5.8) в (5.6), получим

$$\lg I = 10,188 - 0,297 \frac{\varphi^{3/2}}{\beta V} \theta(y) + \lg \left( \frac{S \beta^2 V^2}{\varphi t^2(y)} \right) \quad (5.9)$$

или в форме, удобной для обработки экспериментальных данных:

$$\lg \left( \frac{I}{V^2} \right) = 10,188 - 0,297 \frac{\varphi^{3/2}}{\beta} \theta(y) \frac{1}{V} + \lg \left( \frac{S \beta^2}{\varphi t^2(y)} \right) \quad (5.10)$$

На рис. 5.3 представлен график зависимости  $\lg(I/V^2)$  от  $1/V$  в той области значений напряженности поля, которая характерна для типичного автоэмиссионного эксперимента. Как видно из рисунка, график представляет собой отрезок прямой (подобно тем прямым линиям, которые применяются в «методе прямых Ричардсона» для термоэмиссии — глава 3). Эта прямая называется прямой Фаулера–Нордгейма, а соответствующие координаты — координатами Фаулера–Нордгейма.

В соответствии с формулой (5.10), построив на графике по экспериментальным точкам прямую Фаулера–Нордгейма, из величины наклона прямой и ее точки пересечения с осью  $\lg(I/V^2)$  можно определить неизмеряемые непосредственно на опыте величины  $S$  и  $\beta$ .

Проводник, помещенный в электрическое поле с большим значением напряженности, испытывает значительные механические (или, как говорят, пондеромоторные) нагрузки на растяжение. Механическое напряжение (отрицательное давление) приложено к поверхности катода со стороны электростатичес-

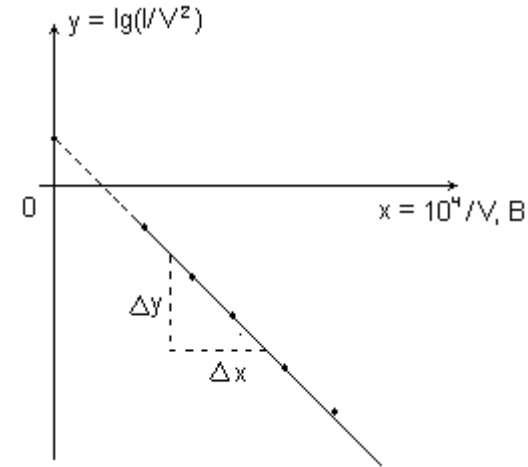


Рис. 5.3. «Прямая Фаулера–Нордгейма». Теоретическая прямая и экспериментальные точки зависимости  $\lg(I/V^2)$  от  $1/V$

кого поля и равно плотности электростатической энергии в непосредственной близости к поверхности:

$$P = \frac{\varepsilon^2}{8\pi} \quad (\text{СГСЭ}). \quad (5.11)$$

Если напряженность поля  $\varepsilon$  выразить в В/Е, а механическое напряжение  $P$  в единицах кгс/мм<sup>2</sup>, то формула для расчетов приобретет вид

$$P = 44 \varepsilon^2. \quad (5.12)$$

## ЗАДАЧИ

### Задача 5.1.

Оценить плотность тока автоэлектронной эмиссии из вольфрамового катода ( $\varphi = 4,5$  эВ), если напряженность электрического поля  $3 \cdot 10^7$  В/см. Найти ширину потенциального барьера для электрона, находящегося на уровне Ферми, в приближении треугольного барьера и барьера, скругленного силами зеркального изображения. Найти соответствующее понижение потенциального барьера.

*Решение задачи 5.1.*

Ширина треугольного барьера

$$d_0 = \frac{\varphi}{eE} = 15 \text{ Э.}$$

Понижение потенциального барьера

$$\Delta\varphi = 3,8 \cdot 10^{-4} \sqrt{\varepsilon} = 2,08 \text{ эВ.}$$

Форма потенциального барьера

$$U(x) = -\frac{e^2}{4x} - eEx.$$

Решения уравнения  $\varphi = U(x)$ :

$$x_{1,2} = \frac{\varphi}{2eE} \pm \sqrt{\left(\frac{\varphi}{2eE}\right)^2 - \frac{e}{4E}}.$$

Ширина закругленного барьера

$$d_1 = \sqrt{\left(\frac{\varphi}{eE}\right)^2 - \frac{e}{E}} = d_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\varphi}{\varphi}\right)^2} = 13,3 \text{ Э.}$$

Ответ:  $d_0 = 15 \text{ Э}$ ,  $d_1 = 13,3 \text{ Э}$ ,  $\Delta\varphi = 2,08 \text{ эВ}$ .

### Задача 5.2.

Оцените величину плотности тока автоэлектронной эмиссии из вольфрамового острия ( $\varphi = 4,5$  эВ) в виде параболоида вращения, если радиус закругления острия  $r = 10^{-5}$  см, расстояние катод–анод  $R = 10$  см, функция Нордгейма  $\theta(y) = 1$ , а анодное напряжение  $V = 4 \cdot 10^3$  В. Как изменится величина плотности тока, если:

- при неизменном напряжении работу выхода электронов уменьшить в 1,5 раза;
- при неизменной работе выхода напряжение увеличить в 1,5 раза?

*Решение задачи 5.2.*

$$\varepsilon = \frac{2}{r} \frac{V}{\ln(2R/r)} = \frac{2}{10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln(2 \cdot 10^6)} = 5,5 \cdot 10^7 \text{ В/см.}$$

В соответствии с формулой (5.6):

$$j = 7,34 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2,$$

$$a) j = 2,45 \cdot 10^6 \text{ А/см}^2,$$

$$b) j = 8,61 \cdot 10^5 \text{ А/см}^2.$$

Ответ: а) плотность тока увеличится в 333 раза;

б) плотность тока увеличится в 117 раз.

### Задача 5.3.

Оцените величину плотности тока автоэлектронной эмиссии из вольфрамового острия ( $\varphi = 4,5$  эВ) в виде параболоида вращения, если радиус закругления острия  $r = 2 \cdot 10^{-5}$  см, расстояние катод–анод  $R = 1,0$  см, функция Нордгейма  $\theta(y) = 1$ , а анодное напряжение  $V = 4 \cdot 10^3$  В. Как изменится величина плотности тока, если

- радиус закругления  $r$  уменьшить в 2 раза;
- радиус закругления  $r$  увеличить в 2 раза?

Решение задачи 5.3.

$$\varepsilon = \frac{2}{r} \frac{V}{\ln \frac{2R}{r}} = \frac{2}{2 \cdot 10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln \frac{2}{2 \cdot 10^{-5}}} = 3,47 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

В соответствии с формулой (5.6):

$$\lg j = 0,453, \quad j = 2,84 \text{ А/см}^2,$$

$$a) \varepsilon = \frac{2}{10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln \frac{2}{10^{-5}}} = 6,55 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

$$\lg j = 4,843, \quad j = 6,97 \cdot 10^4 \text{ А/см}^2,$$

$$b) \varepsilon = \frac{2}{4 \cdot 10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln \frac{2}{4 \cdot 10^{-5}}} = 1,85 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

$$\lg j = -7,2404, \quad j = 5,75 \cdot 10^{-8} \text{ А/см}^2.$$

Ответ:

а) уменьшение радиуса закругления в 2 раза, дает увеличение плотности тока примерно на 4 порядка величины;

б) при увеличении радиуса закругления в 2 раза плотность тока эмиссии уменьшится примерно на 8 порядков величины.

#### Задача 5.4.

Оцените величину плотности тока автоэлектронной эмиссии из вольфрамового острья ( $\varphi = 4,5$  эВ) в виде параболоида вращения, если радиус закругления острья  $r = 10^{-5}$  см, расстояние катод–анод  $R = 1,0$  см, функция Нордгейма  $\theta(\gamma) = 1$ , а анодное напряжение  $V = 4 \cdot 10^3$  В. Как изменится величина плотности тока, если:

- расстояние катод–анод  $R$  уменьшить в 10 раз;
- $R$  увеличить в 10 раз.

Решение задачи 5.4.

$$\varepsilon = \frac{2}{r} \frac{V}{\ln \frac{2R}{r}} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^{-5} \ln \frac{2}{10^{-5}}} = 6,55 \cdot 10^7 \text{ В/см}^2,$$

В соответствии с формулой (5.6):

$$\lg j = 4,843, \quad j = 6,97 \cdot 10^4 \text{ А/см}^2,$$

$$a) \varepsilon = \frac{2}{10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln \frac{0,2}{10^{-5}}} = 8,08 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

$$\lg j = 5,844, \quad j = 6,99 \cdot 10^5 \text{ А/см}^2,$$

$$b) \varepsilon = \frac{2}{10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln \frac{20}{10^{-5}}} = 5,5 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

$$\lg j = 3,866, \quad j = 7,34 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2.$$

Ответ:

а) при уменьшении межэлектродного расстояния  $R$  в 10 раз плотность тока увеличивается примерно в 3,2 раза.

б) при увеличении межэлектродного расстояния  $R$  в 10 раз плотность тока АЭЭ уменьшится примерно в 3,8 раза.

#### Задача 5.5.

Оцените, как изменится плотность тока автоэлектронной эмиссии из лезвийного вольфрамового автокатода с поперечным сечением в форме параболы с радиусом закругления  $r = 4 \cdot 10^{-6}$  см, выставленного против плоского анода на расстоянии  $R = 2 \cdot 10^{-2}$  см, если анодное напряжение увеличить с  $V = 2 \cdot 10^4$  В до  $V = 2,5 \cdot 10^4$  В. Функция Нордгейма  $\theta(\gamma) = 1$ , работа выхода электронов вольфрама  $\varphi = 4,5$  эВ.

Решение задачи 5.5.

В соответствии с формулой (5.6):

$$\varepsilon = \frac{V}{\sqrt{2Rr}},$$

$$\varepsilon_1 = 5 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

$$\lg j_1 = 3,26, \quad j_1 = 1,83 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2,$$

$$\varepsilon_2 = 6,25 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

$$\lg j_2 = 4,59, \quad j_2 = 3,89 \cdot 10^4 \text{ А/см}^2.$$

Ответ: плотность тока увеличится примерно в 20 раз.

**Задача 5.6.**

Оцените, как изменится плотность тока автоэлектронной эмиссии, если вместо вольфрамового лезвийного автокатода с поперечным сечением в форме параболы с радиусом закругления  $r = 4 \cdot 10^{-6}$  см, выставленного против плоского анода на расстоянии  $R = 2 \cdot 10^{-2}$  см, поставить лезвийный катод из молибдена такой же формы и размера. Анодное напряжение  $V = 2,5 \cdot 10^4$  В, функция Нордгейма  $\theta(y) = 1$ , работы выхода электронов вольфрама и молибдена равны 4,5 эВ и 4,2 эВ соответственно.

Решение задачи 5.6.

$$\varepsilon = \frac{V}{\sqrt{2Rr}} = \frac{2,5 \cdot 10^4}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} = 6,25 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

В соответствии с формулой (5.6):

$$\lg j_1 = 4,59, \quad j_1 = 3,89 \cdot 10^4 \text{ А/см}^2,$$

$$\lg j_2 = 5,07, \quad j_2 = 1,17 \cdot 10^5 \text{ А/см}^2.$$

Ответ: плотность тока увеличится в 3 раза.

**Задача 5.7.**

Оцените, будет ли наблюдаться автоэлектронная эмиссия из катода в виде вольфрамовой проволоки ( $\varphi = 4,5$  эВ) диаметром  $d = 20$  мкм, находящейся внутри цилиндрического анода диаметром  $D = 2$  см и анодном напряжении  $V = 5 \cdot 10^3$  В. Если эмиссия должна наблюдаться, то оцените величину плотности тока из такого рода автокатода, если нет, то при каком анодном напряжении должна быть достаточно интенсивная эмиссия. Представляет ли практический интерес этот автокатод?

Решение задачи 5.7.

$$\varepsilon = \frac{V}{r \ln(R/r)} = \frac{5 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-3} \ln 10^3} = \frac{5 \cdot 10^6}{3 \cdot 2,3} = 7 \cdot 10^5 \text{ В/см}.$$

Для того чтобы создать поле  $\varepsilon = 4 \cdot 10^7$  В/см, необходимо приложить напряжение

$$V = \varepsilon r \ln \frac{R}{r} = 4 \cdot 10^7 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \ln \frac{1}{10^{-3}} = 2,8 \cdot 10^5 \text{ В}.$$

Ответ: 1) автоэлектронная эмиссия не будет наблюдаться, т.к. напряженность электрического поля явно недостаточная;

2) интенсивная АЭЭ будет наблюдаться при напряжении  $V = 2,8 \cdot 10^5$  В;

3) практического интереса такой автокатод не представит, т.к. возникнут трудно преодолимые технические трудности в связи с необходимостью применения очень высоких анодных напряжений.

**Задача 5.8.**

В электронном проекторе расстояние между плоским экраном (анодом) и вольфрамовым эмиттером в виде параболоида вращения  $R = 10$  см, разность потенциалов между ними  $V = 5 \cdot 10^3$  В, а коэффициент сжатия изображения  $k = 1,5$ . Оцените величину радиуса закругления  $r$  эмиттера и плотность отбрасываемого с него тока автоэлектронной эмиссии, если увеличение

прибора  $M = 3,3 \cdot 10^5$  крат, функция Фаулера-Нордгейма  $\theta(y) = 1$ , работа выхода электронов вольфрама  $\varphi = 4,5$  эВ.

Решение к задаче 5.8.

$$M = \frac{R}{rk}, \quad r = \frac{R}{Mk} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см},$$

$$\varepsilon = \frac{2}{r} \frac{V}{\ln \frac{2R}{r}} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-5} \ln \frac{2 \cdot 10}{2 \cdot 10^{-5}}} = 3,62 \cdot 10^7 \text{ В/см},$$

В соответствии с формулой (5.6):

$$\lg j = 0,828, \quad j = 6,736 \text{ А/см}^2.$$

Ответ:  $2 \cdot 10^2 \text{ А/см}^2$ .

### Задача 5.9.

Определить методом последовательных приближений во сколько раз необходимо уменьшить разность потенциалов между электродами для отбора одинаковой плотности тока автоэлектронной эмиссии  $j = 10^7 \text{ А/см}^2$  при покрытии вольфрамового эмиттера толстой пленкой цезия.

Решение задачи 5.9.

Считая функции  $\theta(\varepsilon, \varphi)$  и  $t(\varepsilon, \varphi)$  равными единице, из формулы (5.6) получаем

$$\begin{aligned} 7 = \lg j &= 10,188 - 0,297 \frac{\varphi_1^{3/2}}{\varepsilon_1} + \lg \left( \frac{\varepsilon_1^2}{\varphi_1} \right) = \\ &= 10,188 - 0,297 \frac{\varphi_2^{3/2}}{\varepsilon_2} + \lg \left( \frac{\varepsilon_2^2}{\varphi_2} \right). \end{aligned}$$

Эта формула позволяет сразу найти точное решение, однако в данной задаче мы рассмотрим метод последовательных приближений.

Уравнение Фаулера-Нордгейма (5.3) можно записать в виде

$$j = a \frac{\varepsilon^2}{\varphi} \exp \left( - \frac{b\varphi^{3/2}}{\varepsilon} \right).$$

Введем новый параметр  $W = b\varphi^{3/2}/\varepsilon$ , тогда

$$j = ab^2\varphi^2 [W^2 \exp(W)]^{-1} = 7,19 \cdot 10^9 \varphi^2 [W^2 \exp(W)]^{-1}.$$

В первом приближении можно считать, что ток определяется только параметром  $W$ . Тогда для того чтобы сохранить величину  $W$  постоянной, напряжение надо понизить в следующее число раз:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \approx \left( \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^{3/2} = \left( \frac{4,5}{1,81} \right)^{3/2} = 3,92.$$

Однако первое приближение является слишком грубым. В действительности при таком уменьшении напряжения ток АЭЭ уменьшится примерно в шесть раз. Для получения точного ответа надо решить методом последовательных приближений уравнение

$$W^2 \exp(W) = 719 \cdot \varphi^2.$$

В результате получаем  $V_1 / V_2 = 3,05$ .

Ответ: уменьшить в 3,05 раза.

### Задача 5.10.

Вычислить плотность тока автоэлектронной эмиссии электронов для вольфрама ( $\varphi = 4,5$  эВ) при напряженности электрического поля  $\varepsilon = 6 \cdot 10^7 \text{ В/см}$ , полагая функции Нордгейма равными  $\theta(y) = 0,52$  и  $t(y) = 1,06$ . Параметр  $y$  определяется формулой (5.4).

Решение задачи 5.10.

В соответствии с формулой (5.6):

$$\lg j = 4,32, \quad j = 2,09 \cdot 10^4 \text{ А/см}^2.$$

Ответ:  $2,09 \cdot 10^4 \text{ А/см}^2$ .

**Задача 5.11.**

Оцените величину механического напряжения, которое испытывает игольчатый автоэлектронный эмиттер в виде параболоида вращения, если анодное напряжение  $V = 4 \cdot 10^3$  В, расстояние катод–анод  $R = 10$  см, радиус закругления острия  $r = 10^{-5}$  см.

*Решение задачи 5.11.*

$$\varepsilon = \frac{2}{r} \frac{V}{\ln \frac{2R}{r}} = \frac{2}{10^{-5}} \frac{4 \cdot 10^3}{\ln \frac{2 \cdot 10}{10^{-5}}} = 5,5 \cdot 10^7 \text{ В/см} = 0,55 \text{ В/Е}.$$

В соответствии с формулой (5.12):

$$\sigma = 0,44 (0,55)^2 = 13,3 \text{ кгс/мм}^2.$$

Ответ: 13,3 кгс/мм<sup>2</sup>.

**Задача 5.12.**

Найти механические напряжения в полевом ионном эмиттере из вольфрама при напряженности электрического поля, равной  $2 \cdot 10^8$  В/см.

*Решение задачи 5.12.*

Воспользоваться формулой (5.12).

Ответ: 176 кгс/мм<sup>2</sup>.

**Задача 5.13.**

Механическая прочность вольфрама составляет  $10^3$  кгс/мм<sup>2</sup>. Исходя из этого, оценить максимальную напряженность электрического поля, допустимую для вольфрама. Существует ли еще при такой напряженности поля потенциальный барьер для электрона, находящегося на уровне Ферми? Какова максимальная плотность тока автоэлектронной эмиссии, которую можно получить с вольфрамового катода в предположении справедливости формулы Фаулера–Нордгейма?

**Решение задачи 5.13.**

Из формулы (5.12) следует:

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{10^3 \text{ кгс/мм}^2}{44}} = 4,77 \frac{\text{В}}{\text{Е}} = 4,77 \cdot 10^8 \frac{\text{В}}{\text{см}}.$$

Условие снятия потенциального барьера

$$y = \frac{\Delta\varphi}{\varphi} = \frac{3,8 \cdot 10^{-4} \sqrt{\varepsilon_2}}{\varphi} = 1,$$

$$\varepsilon_2 = \left[ \frac{4,5 \cdot 10^4}{3,8} \right]^2 = 1,41 \cdot 10^8 \frac{\text{В}}{\text{см}}.$$

Плотность тока определим по формуле (5.6):

$$t^2(y=1) = 1, \quad \theta(y=1) = 0,$$

$$\lg j_2 = 9,833, \quad j_2 = 6,81 \cdot 10^9 \frac{\text{А}}{\text{см}^2}.$$

Ответ: барьер снимается полностью при напряженности электрического поля в три раза меньшей, чем предельно допустимая по прочности материала. Максимальная плотность тока  $6,81 \cdot 10^9$  А/см<sup>2</sup>.

**Задача 5.14.**

Найти прозрачность барьера высоты  $U = 2$  эВ и ширины  $L = 40$  Е для электрона с энергией  $E = 1$  эВ. Проверить расчетом, можно ли заменить прозрачность такого барьера произведением прозрачностей двух последовательно стоящих барьеров с шириной каждого 20 Е; произведением прозрачностей четырех барьеров с шириной каждого 10 Е?

*Решение задачи 5.14.*

Воспользуемся приведенным в главе 1 точным выражением (1.16) для прозрачности прямоугольного потенциального барьера:

$$D(L) = \left[ 1 + \frac{\text{sh}^2 \left( \frac{L}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} \right)}{4 \left( \frac{E}{U} \right) \left( 1 - \frac{E}{U} \right)} \right]^{-1} = 6,34 \cdot 10^{-18};$$

$$D_2 = \left[ D \left( \frac{L}{2} \right) \right]^2 = 2,54 \cdot 10^{-17};$$

$$D_4 = \left[ D \left( \frac{L}{4} \right) \right]^4 = 4,06 \cdot 10^{-16}.$$

Ответ: прозрачность барьера  $D = 6,34 \cdot 10^{-18}$ ; замена одного барьера последовательностью нескольких барьеров с той же суммарной толщиной не является физически обоснованной.

#### **Задача 5.15.**

Для автокатада из вольфрама оценить напряженность электрического поля, при которой прозрачность туннельного потенциального барьера (в приближении треугольного барьера) достигает значения  $10^{-10}$ . Найти ширину потенциального барьера для электрона, находящегося на уровне Ферми. Найти понижение потенциального барьера при его скруглении силами зеркального изображения.

*Решение задачи 5.15.*

В соответствии с формулой (5.2):

$$-0,683 \cdot \frac{(4,5)^{1,5}}{\varepsilon} = \ln(10^{-10}) \quad \varepsilon = 0,283 \frac{\text{В}}{\text{Е}},$$

$$d = \frac{\varphi}{e\varepsilon} = \frac{4,5}{0,283} = 15,9 \text{ Е},$$

$$\Delta\varphi = 3,8\sqrt{\varepsilon} = 2,02 \text{ эВ}.$$

Ответ:  $\varepsilon = 0,283 \text{ В/Е}$ ,  $d = 15,9 \text{ Е}$ ,  $\Delta\varphi = 2,02 \text{ эВ}$ .